Einführung in die QCD

7. Übung

Aufgabe 1: Dipol-Formfaktor

Die Ladungsverteilung und der zugehörige Formfaktor im Impulsraum stehen über eine Fourier-Transformation in Beziehung:

$$F(\vec{q}^2) = \int d^3\vec{r}\; e^{-i\vec{q}\vec{r}} \rho(\vec{r})$$

Der rms-Radius der Ladungsverteilung ist definiert als

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int d^3\vec{r}\; r^2 \rho(\vec{r})}{\int d^3\vec{r}\; \rho(\vec{r})}$$

Zeige, daß für jeden Formfaktor einer rotations-symmetrischen Ladungsverteilung bei kleinen q^2 gilt

$$F(\vec{q}^2) = F(0)\left[1 - \frac{\vec{q}^2 \langle r^2 \rangle}{6}\right] + \mathcal{O}(q^4)$$

Berechne für den elastischen Dipol-Formfaktor des Protons

$$F(\vec{q}^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\vec{q}^2}{M^2}\right)^2}$$

die zugehörige Ladungsverteilung und den rms-Radius.

Aufgabe 2: Streuung an einem neutralen Atom

Die Streuung von (spinlosen) Elektronen an einem Target mit beliebiger Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ läßt sich im Breitsystem $[q = (0, \vec{q})]$ durch den punktförmigen Rutherford-Wirkungsquerschnitt σ_{Ruth} in folgender Weise ausdrücken:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F(\vec{q}^2)|^2\, \frac{d\sigma_{Ruth}}{d\Omega}$$

wobei $F(\vec{q}^2)$ die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ ist. Berechne den differentiellen Wirkungsquerschnitt für ein neutrales Atom mit der Ladungsverteilung

$$\rho = \delta_3(\vec{r}) - c\; \delta_1(r - r_0)$$

und bestimme c so, daß das Atom neutral ist.