

# Einführung in die QCD

## 12. Übung

### Aufgabe 1: (Axial-)Vektorstrom

Berechne die Noether-Ströme und ihre Divergenzen explizit für die Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^n \bar{q}_j (i \not{\partial} - m_j) q_j = \bar{q} (i \not{\partial} - M) q$$

mit der Massenmatrix  $M_{ij} = m_i \delta_{ij}$  und die Transformationen

$$(a) \quad q' = e^{i\alpha^a T^a} q \quad \rightarrow \quad \text{Strom } j^a, \text{ Ladung } Q^a$$

$$(b) \quad q' = e^{i\alpha^a T^a \gamma_5} q \quad \rightarrow \quad \text{Strom } j_5^a, \text{ Ladung } Q_5^a$$

### Aufgabe 2: Stromalgebra

Zeige mit den Definitionen

$$[T^a, T^b] = if_{abc} T^c \quad \text{und} \quad Q_{\pm}^a = \frac{1}{2}(Q^a \pm Q_5^a),$$

daß für gleiche Zeiten

$$\begin{aligned} [Q^a, Q^b] &= [Q_5^a, Q_5^b] = if_{abc} Q^c \\ [Q^a, Q_5^b] &= if_{abc} Q_5^c \end{aligned}$$

und damit

$$\begin{aligned} [Q_{\pm}^a, Q_{\pm}^b] &= if_{abc} Q_{\pm}^c \\ [Q_+^a, Q_-^b] &= 0 \end{aligned}$$

Hinweis: Benutze die kanonischen Antivertauschungsregeln für Quarkfelder sowie die Operatoridentität

$$[AB, CD] = A\{B, C\}D - C\{A, D\}B + CA\{B, D\} - \{A, C\}BD$$