

Einführung in die QCD

4. Übung

Aufgabe 1: Baker–Hausdorff Formel

Leite die spezielle Baker–Hausdorff Formel

$$e^{A+B} = e^A e^B e^{-\frac{1}{2}[A,B]} \quad ; \quad [A, B] \in \mathcal{C}$$

her.

Aufgabe 2: $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$

Die Lorentz-Struktur der $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ Zerfallsamplitude ist durch Symmetrien und Teilcheneigenschaften eindeutig festgelegt:

$$\mathcal{M}(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = i\epsilon_\mu^*(k_1)\epsilon_\nu^*(k_2)T^{\mu\nu}$$

$$T^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_{1\alpha} k_{2\beta} T(p^2 = m_\pi^2)$$

Der Formfaktor $T(p^2 = m_\pi^2)$ ergibt sich aus der Analytizität und seinem asymptotischen Verhalten zu

$$T(p^2 = m_\pi^2) = \frac{\sqrt{2}\alpha}{\pi f_\pi} (Q_u^2 - Q_d^2) N_c$$

wobei $f_\pi = (130 \pm 5)$ MeV die Pion-Zerfallskonstante, $\alpha = 1/137.03599911(46)$ die Feinstrukturkonstante und $Q_u = \frac{2}{3}, Q_d = -\frac{1}{3}$ die Quarkladungen sowie $N_c = 3$ die Anzahl der Farben sind. Berechne die Zerfallsbreite und die Lebensdauer des photonischen Pionzerfalls.