$\boxed{\text{Einführung in die QCD}}$

3. Übung

Aufgabe 1: Freies Wirkungsfunktional

Zeige, daß das freie bosonische Wirkungsfunktional

$$W_0(j) = \langle 0|T \exp\left\{ i \int d^4x \; j(x) \; \phi(x) \right\} |0\rangle$$

umgeformt werden kann in

$$W_0(j) = \exp\left\{ -\frac{i}{2} \int d^4x \; d^4y \; j(x) \; \Delta_F(x-y) \; j(y) \right\}$$

wobei $i\Delta_F(x-y) = \langle 0|T\{\phi(x)\phi(y)\}|0\rangle$ der Feynman-Propagator im Ortsraum ist. Hier ist $\phi(x)$ der (reelle) bosonische Feldoperator und $j(x)$ die äußere Quelle. Das Symbol T ist der Zeitordnungsoperator.

Aufgabe 2: Mathews-Salam-Formeln

Beweise für Pfadintegrale über Grassmann-Variablen die folgenden Mathews-Salam-Formeln

$$\begin{aligned} \frac{\int \mathcal{D}\bar{\eta} \; \mathcal{D}\eta \; e^{-\bar{\eta}Q\eta}}{\int \mathcal{D}\bar{\eta} \; \mathcal{D}\eta \; e^{-\bar{\eta}\eta}} &= DetQ \\ \frac{\int \mathcal{D}\bar{\eta} \; \mathcal{D}\eta \; \eta_i\bar{\eta}_j \; e^{-\bar{\eta}Q\eta}}{\int \mathcal{D}\bar{\eta} \; \mathcal{D}\eta \; e^{-\bar{\eta}\eta}} &= Q^{-1}_{ij} DetQ \end{aligned}$$

wobei $\eta, \bar{\eta}$ mehrkomponentige Grassmann-Variablen sind.